

# 基于模糊 C 均值聚类的锦标赛选择机制 与多目标优化研究

张 屹<sup>1</sup>, 余 振<sup>1</sup>, 李子木<sup>1</sup>, 陆瞳瞳<sup>2</sup>

(1. 三峡大学机械与动力学院, 湖北宜昌 443002; 2. 常州大学商学院, 江苏常州 213164)

**摘 要:** 本文提出了一种用于多目标优化的进化算法——基于模糊 C 均值聚类的进化算法 (A Fuzzy C-Means Clustering Based Evolutionary Algorithm, FCEA). 在算法的迭代过程中, 先利用模糊 C 均值聚类算法寻找种群的分布结构, 通过对每一代种群进行模糊划分, 获得每个个体隶属于每一类的隶属度, 然后本文设计了一种基于隶属度的锦标赛选择算子, 用于从整个种群中选择相似个体进行重组, 引导算法进行搜索. 实验结果表明, 基于隶属度的锦标赛选择算子的应用能够提升算法的性能, 与 MOEA/D-DE、NSGAII、SPEA2、SMS-EMOA 等先进的优化算法进行比较的结果表明, FCEA 在求解具有复杂 Pareto 前沿的多目标优化问题 (GLT 系列) 时具有一定的竞争力.

**关键词:** 进化算法; 多目标优化; 模糊 C 均值聚类; 隶属度选择

**中图分类号:** TP18 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2017)11-2677-08

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.11.015

## Tournament Selection for Multiobjective Optimization Based on Fuzzy C-Means Clustering Method

ZHANG Yi<sup>1</sup>, YU Zhen<sup>1</sup>, LI Zi-mu<sup>1</sup>, LU Tong-tong<sup>2</sup>

(1. College of Mechanical and Power Engineering, China Three Gorges University, Yichang, Hubei 443002, China;

2. School of Business, Changzhou University, Changzhou, Jiangsu 213164, China)

**Abstract:** A fuzzy C-means clustering based evolutionary algorithm called FCEA was proposed to optimize multiobjective optimization problems. In the process of iteration of this algorithm, a fuzzy C-means clustering method is firstly employed to implement a fuzzy partition of the population so as to discover the population distribution structure and to obtain a membership matrix of the population at each generation. According to the distribution structure, a membership based tournament selection strategy (MBTS) is designed to select neighboring solutions from the population for recombination and to guide search. The experiments present that MBTS significantly contributes to the performance of FCEA. Comparison experiments show that the proposed FCEA outperforms MOEA/D-DE, NSGAII, SPEA2 and SMS-EMOA on solving GLT test suite with complicated Pareto Front (PF) shapes.

**Key words:** evolutionary algorithm; multiobjective optimization; fuzzy C-means cluster; membership selection

## 1 引言

工程领域和科学研究中的最优化问题经常需要同时处理多个相互冲突的目标, 称之为多目标优化问题 (Multiobjective Optimization Problems, MOPs). 目前, 用于解决多目标优化问题的多目标进化算法 (Multiobjective Evolutionary Algorithms, MOEAs) 大致可以分为三类, 即基于支配的多目标进化算法、基于指标的多目标

进化算法和基于分解的多目标进化算法. 基于支配的多目标进化算法包括 NSGAII<sup>[1]</sup>、SPEA 及改进后的 SPEA2<sup>[2]</sup> 等. 对于基于分解和基于指标的多目标进化算法, 有代表性的分别是 MOEA/D<sup>[3,4]</sup> 和 SMS-EMOA<sup>[5]</sup>.

此外, 为了改善多目标进化算法的收敛性和多样性等性能, 许多基于聚类的多目标进化算法成为研究热点. Wenbin 等<sup>[6]</sup>将聚类应用于环境选择过程, 提出了一种基于模糊 C 均值聚类的多目标遗传算法. Santosh

Mungle 等<sup>[7]</sup>利用模糊聚类减小 Pareto 解集的大小,设计了一种基于聚类的遗传算法. Wu Chunguo 等<sup>[8]</sup>设计了基于近邻传播聚类的遗传算法,提出了一种基于聚类的适应度赋值策略. M A Abido<sup>[9]</sup>设计了一种基于分层聚类的多目标进化算法,通过引入分层聚类来剔除多余的非支配个体. 目前,多数基于聚类的多目标进化算法主要集中研究聚类在环境选择过程中的应用,对如何选择优良父代个体的研究很少.

本文通过引入聚类算法,设计了一种基于隶属度的锦标赛选择算子(A Membership Based Tournament Selection Operator, MBTS),以标准遗传算法为基础提出了基于模糊 C 均值聚类的进化算法(A Fuzzy C-Means Clustering Based Evolutionary Algorithm, FCEA). 与传统的锦标赛选择算子不同的是,MBTS 采用隶属度锦标赛选择机制进行父代个体的选择,仅仅使用了种群的聚类信息. 实验结果表明,FCEA 与其他几种经典的进化算法相比,具有一定的竞争力.

## 2 基于模糊 C 均值聚类的进化算法

### 2.1 FCEA 算法描述

FCEA 算法的流程如下所示:

**Step1 初始化** 初始化种群  $P = \{x^1, x^2, \dots, x^N\}$ , 配置算法中的相关参数如聚类个数  $C$ 、进化代数  $maxGens$ 、交叉变异概率等,并构建一个外部种群  $A = P$ .

**Step2 聚类操作** 利用模糊 C 均值聚类算法(Fuzzy C-Means Clustering Method, FCM)对种群  $P$  进行聚类,获得种群的隶属度矩阵,  $U = \{\mu_{ij}\}, 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq C$ .

**Step3 构建交配池** 为每个个体  $x^i$  构建相对应的交配池  $Q^i, Q^i = P \setminus \{x^i\}$ , 并执行 Step4 ~ Step6.

**Step4 选择操作** 调用基于隶属度的锦标赛选择算子,选择优良父代个体,存入集合  $Q_p$  中,  $Q_p = MBTS(Q^i)$ .

**Step5 交叉变异** 先利用差分算子将当前个体  $x^i$  与父代个体相加产生交叉个体  $y_i'$ ,再利用多项式变异算子对交叉个体进行变异,产生变异个体  $y_i''$ . 此外,在完成交叉与变异后,使用修正方案对不在决策空间范围内的交叉个体和变异个体进行修正. 最后将生成的子代个体  $y^i = (y_1, y_2, \dots, y_N)$  保存于外部种群  $A$  中,  $A = A \cup \{y^i\}$ . 修正方案为  $y_i =$

$$\begin{cases} a_i, & \text{if } y_i < a_i \\ b_i, & \text{else if } y_i > b_i, \text{ 其中 } a_i \text{ 和 } b_i \text{ 分别表示基因的上下} \\ y_i, & \text{otherwise} \end{cases}$$
边界.

**Step6 环境选择操作** 采用 SMS-EMOA<sup>[5]</sup> 算法中的基于超体积极度的环境选择算子淘汰种群中质量差的个体,  $A = Environmental\_Selection(A \cup \{y^i\})$ .

**Step7 更新种群** 利用更新准则,生成下一代种群  $P, P = A$ .

**Step8 判断终止条件** 若算法的迭代次数达到上限  $maxGens$ , 则输出最终种群  $P$ , 否则跳转至 Step2.

### 2.2 模糊 C 均值聚类算法

模糊 C 均值聚类算法(FCM)<sup>[10]</sup>主要用于对数据集进行模糊划分. 假设有  $N$  个数据点  $x^1, x^2, \dots, x^N$  需要分成  $C$  类, 则对这些数据点的模糊划分可以表示成一个隶属度矩阵  $U = \{\mu_{ij}\}, 1 < i < N, 1 \leq j \leq C$ , 该隶属度矩阵需满足如下条件:

$$\mu_{ij} \in [0, 1] \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^C \mu_{ij} = 1, 1 \leq i \leq N \quad (2)$$

$$0 < \sum_{i=1}^N \mu_{ij} < N, 1 \leq j \leq C \quad (3)$$

其中  $\mu_{ij}$  表示第  $i$  个数据点隶属于第  $j$  类的隶属度,  $\mu_{ij}$  的值越高表示第  $i$  个数据点隶属于第  $j$  类的程度越高.

FCM 算法的流程如算法 1 所示.

算法 1 FuzzyC-means( $P, C$ )

1. Input:  $P = \{x^1, \dots, x^N\}$ , number of clusters  $C$ , positive-definite ( $n \times n$ ) weight matrix  $A$ , weighting exponent  $m, 1.5 \leq m \leq 3.0$ , maximum number iterations  $t$ .
2. Generate an initial membership matrix  $U$  randomly,  $U = \{\mu_{ij}\}$ .
3. for  $k = 1$  to  $t$  do

$$4. \text{ Update the cluster centers } v_j = \frac{\sum_{i=1}^N (\mu_{ij})^m x^i}{\sum_{i=1}^N (\mu_{ij})^m}$$

$$5. \text{ Update membership values } \mu_{ij} = \left( \sum_{p=1}^C \left( \frac{\|x^i - v_j\|_1}{\|x^i - v_p\|_1} \right)^{2/(m-1)} \right)^{-1}.$$

$$6. \text{ if } \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C (\mu_{ij}^m(k) - \mu_{ij}^m(k-1))^2 \leq \varepsilon \text{ then}$$

where  $\varepsilon$  represents the given sensitivity threshold,  $\varepsilon = 0.01$ .

7. return membership matrix  $U = \{\mu_{ij}\}$ .

8. end if

9. end for

### 2.3 基于隶属度的锦标赛选择算子(MBTS)

FCEA 算法采用了改进的锦标赛选择算子(MBTS)选择父代个体, MBTS 的基本流程如算法 2 所示. 首先, 根据最大隶属度原则确定当前个体所属的类  $m$ ; 然后, 从交配池  $Q^i$  中随机选择  $n$  个个体, 并比较其在类  $m$  中的隶属度值, 其中隶属度最大的个体将被选作父代个体执行交叉变异产生子代.

算法 2 MBTS( $Q^i$ )

Input: mating pool  $Q^i$ , membership matrix  $U = \{\mu_{ij}\}, 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq C$ , cluster index  $m$  which denotes the cluster that  $x^i$  belongs to, a parent

archive  $Q_p = \emptyset$ .

1.  $k=0, n=2$ .
2. while  $k < 2$  do
3.  $k = k + 1$ .
4. Pick up  $n$  individuals randomly from  $Q^i$ .
5. Select the parent solution  $x^k = \{x^i | i = \operatorname{argmax} \{\mu_{1m}, \dots, \mu_{nm}\}, i=1, \dots, n\}$ .
6. Update the parent archive  $Q_p = Q_p \cup \{x^k\}$ .
7. end while
8. return the selected parent solutions  $Q_p$ .

MBTS 算子主要用于指导父代个体的选择机制,选择相似的父代个体进行重组.其主要特点如下:

(1) MBTS 算子仅仅使用了种群的聚类信息.在每一代中,通过个体隶属度的比较代替适应度的比较进行父代个体的选择,以选择相似性高的个体进行重组.相关研究已经表明,相似个体之间的重组能够提高产生的新解的质量.

(2) 一方面,从同一类中选择相似性高的个体进行重组,能够增强算法的局部寻优能力;另一方面,鉴于 FCM 算法的特点,每一类均包含了种群中的所有个体,故 MBTS 算子在一定程度上确保了有一部分相似性不高的个体被选作父代进行重组,这能够保证产生的新个体具有良好的多样性.

### 3 实验与结果分析

下文主要是对本文所提出的算法(FCEA)的性能进行评估.首先,介绍了性能评估所用的测试函数;其次,对用于评估的性能指标进行了说明;再次,将 FCEA 与采用传统锦标赛选择算子(Binary Tournament Selection, BTS)的进化算法的性能进行比较,在此将其称为 BTSEA 算法,以便判断引进 MBTS 算子是否能够提高算法的性能;最后,将 FCEA 与几个经典的多目标进化算法(MOEA/D, NSGAII 等)进行比较.

#### 3.1 测试函数与性能指标

本文选用了 GLT<sup>[13]</sup> 系列、DTLZ<sup>[14]</sup> 系列和 WFG<sup>[15]</sup> 系列等 22 个测试函数测试 FCEA 的性能,其中 GLT1-GLT4 和 WFG 系列是两目标测试函数, GLT5-GLT6 和 DTLZ 系列是三目标测试函数.同时采用了常用的两个性能指标——反向世代距离(Inverted Generational Distance, IGD)<sup>[11]</sup> 和超体积(Hypervolume, HV)<sup>[12]</sup>,来评价 FCEA 的性能.

##### (1) 反向世代距离(IGD)

用  $P^*$  表示沿真实 Pareto 前端均匀分布的 Pareto 最优解,用  $P$  表示由进化算法所求得的近似 Pareto 前端,则  $P^*$  与  $P$  之间的距离即为反向世代距离,其定义如下:

$$IGD(P^*, P) = \frac{\sum_{x^* \in P^*} d(x^*, P)}{|P^*|} \quad (4)$$

其中  $d(x^*, P)$  表示点  $x^*$  与  $P$  中任意一点的最短欧氏距离,  $|P^*|$  表示  $P^*$  中点的个数. IGD 的值越小,表明算法的收敛性越好.

##### (2) 超体积(HV)

超体积表示获得的 Pareto 解集与参考点所围成的超立方体的体积.其定义如下:

$$HV(P, r) = VOL(\bigcup_{x \in P} [f_1(x), r_1] \times \dots \times [f_m(x), r_m]) \quad (5)$$

其中  $r = (r_1, \dots, r_m)$  表示目标空间中被 Pareto 最优解所支配的参考点,  $VOL(\cdot)$  表示 Lebesgue 测度. HV 表示  $P$  中的非支配解和参考点  $r = (r_1, \dots, r_m)$  所围成的超体积. HV 指标越大,则算法性能越好.

#### 3.2 FCEA 与 BTSEA 进行比较

首先将 FCEA 算法与 BTSEA 算法进行比较,以便判断引入 MBTS 算子能否提高算法的性能.选用的测试函数为 GLT 系列、DTLZ 系列和 WFG 系列,其中 GLT 系列测试函数具有复杂的 Pareto 前沿.算法的参数配置如表 1 所示.

表 1 算法参数配置

|        | FCEA                                                                  | BTSEA                  |
|--------|-----------------------------------------------------------------------|------------------------|
| 终止条件   | 迭代 300 次                                                              | 迭代 300 次               |
| 种群大小   | 双目标:100<br>三目标:105                                                    | 双目标:100<br>三目标:105     |
| 聚类数量   | GLT 10<br>DTLZ/WFG 5                                                  | —                      |
| 选择算子   | MBTS 算子                                                               | BTS 算子                 |
| 交叉算子   | 差分算子<br>GLT $F=0.5/CR=1$<br>DTLZ $F=0.5/CR=0.2$<br>WFG $F=0.3/CR=0.6$ | 差分算子,<br>$F=0.5, CR=1$ |
| 变异算子   | 多项式变异                                                                 | 多项式变异                  |
| 环境选择算子 | 超体积度量                                                                 | 超体积度量                  |

由于算法的执行具有随机性,为了方便对结果进行统计学分析,所有算法均独立运行 20 次.实验结果如表 2~3 所示,其中,最优指标值以粗体暗灰色背景突出显示.

表 2 IGD 的平均值(标准差)

| 测试函数  | BTSEA                       | FCEA                        |
|-------|-----------------------------|-----------------------------|
| GLT1  | 1.648E-02(8.171E-03)        | <b>5.902E-03(4.378E-03)</b> |
| GLT2  | 4.360E-02(3.953E-03)        | <b>3.892E-02(1.944E-03)</b> |
| GLT3  | 2.906E-02(1.449E-02)        | <b>2.276E-02(8.458E-03)</b> |
| GLT4  | 4.028E-02(5.526E-02)        | <b>3.019E-02(4.012E-02)</b> |
| GLT5  | 3.002E-02(3.329E-04)        | <b>2.952E-02(3.757E-04)</b> |
| GLT6  | 2.226E-02(4.998E-04)        | <b>2.170E-02(2.659E-04)</b> |
| DTLZ1 | 2.557E+00(1.189E+00)        | <b>1.899E-02(1.894E-04)</b> |
| DTLZ2 | <b>7.182E-02(1.000E-03)</b> | 7.244E-02(1.078E-03)        |
| DTLZ3 | 1.694E+01(1.415E+01)        | <b>6.000E+00(3.881E+00)</b> |
| DTLZ4 | 4.414E-02(1.482E-03)        | <b>4.389E-02(1.714E-03)</b> |
| DTLZ5 | 4.634E-03(1.492E-04)        | <b>4.585E-03(1.744E-04)</b> |
| DTLZ6 | <b>4.441E-03(1.794E-04)</b> | 4.447E-03(1.457E-04)        |
| DTLZ7 | 9.419E-01(2.783E-01)        | <b>8.040E-02(6.219E-02)</b> |
| WFG1  | 1.754E+00(3.341E-02)        | <b>1.644E+00(7.522E-02)</b> |

续表

| 测试函数 | BTSEA                       | FCEA                        |
|------|-----------------------------|-----------------------------|
| WFG2 | 4.510E-02(6.866E-03)        | <b>1.967E-02(1.390E-03)</b> |
| WFG3 | 1.843E-02(1.216E-03)        | <b>1.314E-02(3.415E-04)</b> |
| WFG4 | 1.024E-01(4.376E-03)        | <b>8.067E-02(5.491E-03)</b> |
| WFG5 | <b>6.658E-02(1.068E-04)</b> | 6.681E-02(1.542E-04)        |
| WFG6 | 3.680E-01(2.165E-02)        | <b>3.268E-01(1.782E-02)</b> |
| WFG7 | 2.123E-02(1.669E-03)        | <b>1.302E-02(4.215E-04)</b> |
| WFG8 | 6.502E-02(9.682E-03)        | <b>6.053E-02(1.083E-02)</b> |
| WFG9 | 2.724E-01(3.588E-04)        | <b>2.691E-01(1.413E-02)</b> |

表3 HV 的平均值(标准差)

| 测试函数  | BTSEA                       | FCEA                        |
|-------|-----------------------------|-----------------------------|
| GLT1  | 3.303E+00(2.209E-02)        | <b>3.343E+00(1.681E-02)</b> |
| GLT2  | 1.975E+01(8.615E-03)        | <b>1.979E+01(5.164E-03)</b> |
| GLT3  | 3.944E+00(2.826E-03)        | 3.944E+00(1.610E-03)        |
| GLT4  | 4.942E+00(1.085E-01)        | <b>4.973E+00(2.480E-02)</b> |
| GLT5  | 7.968E+00(2.043E-04)        | <b>7.969E+00(8.523E-05)</b> |
| GLT6  | 7.961E+00(3.235E-04)        | <b>7.962E+00(3.552E-04)</b> |
| DTLZ1 | 6.633E-03(2.966E-02)        | <b>9.741E-01(7.672E-05)</b> |
| DTLZ2 | 7.427E+00(1.572E-04)        | <b>7.428E+00(5.593E-05)</b> |
| DTLZ3 | 1.710E-01(7.246E-01)        | <b>2.014E-01(6.200E-01)</b> |
| DTLZ4 | 7.425E+00(3.781E-04)        | <b>7.428E+00(6.370E-05)</b> |
| DTLZ5 | 6.104E+00(2.565E-05)        | <b>6.104E+00(1.408E-05)</b> |
| DTLZ6 | 6.105E+00(1.155E-05)        | <b>6.104E+00(1.277E-05)</b> |
| DTLZ7 | 5.504E+00(1.726E+00)        | <b>1.336E+01(6.979E-01)</b> |
| WFG1  | 3.022E+00(1.433E-01)        | <b>3.549E+00(3.023E-01)</b> |
| WFG2  | 1.117E+01(4.993E-02)        | <b>1.136E+01(1.186E-02)</b> |
| WFG3  | 1.088E+01(9.388E-03)        | <b>1.093E+01(3.201E-03)</b> |
| WFG4  | 8.052E+00(2.827E-02)        | <b>8.198E+00(3.325E-02)</b> |
| WFG5  | <b>8.207E+00(5.390E-02)</b> | 8.180E+00(5.018E-02)        |
| WFG6  | 6.172E+00(1.100E-01)        | <b>6.381E+00(9.049E-02)</b> |
| WFG7  | 8.579E+00(1.364E-02)        | <b>8.652E+00(5.086E-03)</b> |
| WFG8  | 8.287E+00(5.860E-02)        | <b>8.315E+00(6.327E-02)</b> |
| WFG9  | 6.070E+00(3.806E-02)        | <b>6.110E+00(7.082E-02)</b> |

表5 IGD 的平均值(标准差)

| 测试函数  | MOEA/D-DE                   | NSGAII-DE            | SPEA2-DE             | SMS-EMOA                    | FCEA                        |
|-------|-----------------------------|----------------------|----------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| GLT1  | <b>4.306E-03(2.826E-04)</b> | 1.150E-02(6.594E-03) | 1.751E-01(3.384E-02) | 1.551E-02(8.815E-03)        | 5.902E-03(4.378E-03)        |
| GLT2  | 4.503E-01(8.754E-02)        | 4.176E-02(2.081E-03) | 1.074E-01(8.847E-03) | 4.343E-02(3.840E-03)        | <b>3.892E-02(1.944E-03)</b> |
| GLT3  | 3.277E-02(1.255E-02)        | 1.816E-02(1.359E-02) | 2.176E-02(2.783E-03) | <b>1.789E-02(8.447E-03)</b> | 2.276E-02(8.458E-03)        |
| GLT4  | <b>2.541E-02(4.791E-02)</b> | 4.912E-02(5.064E-02) | 1.629E-01(2.696E-02) | 3.599E-02(4.297E-02)        | 3.019E-02(4.012E-02)        |
| GLT5  | 8.506E-02(3.976E-03)        | 6.321E-02(5.305E-03) | 5.445E-02(2.153E-03) | 3.021E-02(3.046E-04)        | <b>2.952E-02(3.757E-04)</b> |
| GLT6  | 5.098E-02(2.010E-03)        | 5.261E-02(3.267E-03) | 6.310E-02(5.454E-03) | 2.219E-02(3.950E-04)        | <b>2.170E-02(2.659E-04)</b> |
| DTLZ1 | 1.644E-01(2.782E-01)        | 2.348E+00/1.130E+00  | 7.733E+00/2.533E+00  | 2.570E+00(1.196E+00)        | <b>1.899E-02(1.894E-04)</b> |
| DTLZ2 | <b>6.838E-02(4.720E-04)</b> | 7.842E-02(3.570E-03) | 2.458E-01(1.301E-02) | 7.187E-02(1.137E-03)        | 7.244E-02(1.078E-03)        |

表2和表3分别是IGD和HV的平均值和标准差,这两个指标均可以对算法的多样性和收敛性进行综合评价.从表2可以看出,在22个测试问题中,FCEA算法获得了19个最优值,BTSEA算法获得了3个最优值,说明在IGD指标中,FCEA算法具有明显的优势.

对表3的结果进行分析,在22个测试问题中,FCEA算法获得了20个问题的最优值,BTSEA算法获得了1个问题的最优值,说明在HV指标中,FCEA算法具有显著优势.

综合上述分析,从整体上看,在求解GLT系列、DTLZ系列和WFG系列测试函数时,FCEA算法相比BTSEA算法具有显著优势,说明MBTS选择算子在一定程度上能够提升算法的性能.

### 3.3 FCEA 与其它算法进行比较

为了测试FCEA算法的性能,将FCEA算法与四个经典的多目标进化算法进行比较,即与MOEA/D-DE、NSGAII、SPEA2和SMS-EMOA算法进行比较.根据初始实验结果,若将NSGAII和SPEA2中的模拟二进制交叉算子替换成差分算子(DE),则在求解上述测试问题时,上述两种算法的性能有所提升.因此,这里使用改进的NSGAII和SPEA2进行比较实验.所有算法均使用MATLAB进行编程实现.

算法的参数配置如表4所示.每种算法均独立运行20次,实验结果如表5和表6所示,最优值以粗体暗灰色背景突出显示,次优值以粗体亮灰色背景突出显示.

表4 算法初始参数设置

|                | MOEA/D-DE            | NSGAII-DE<br>SPEA2-DE<br>SMS-EMOA |
|----------------|----------------------|-----------------------------------|
| 终止条件           | 迭代300次               |                                   |
| 种群             | 双目标:100,三目标:105      |                                   |
| 差分算子           | $F=0.3, CR=0.8$      | $F=0.5, CR=1$                     |
| PM算子           | $p_m=1/n, \eta_m=20$ |                                   |
| 领域大小NS         | 20                   | —                                 |
| 领域搜索概率 $\beta$ | 0.9                  | —                                 |
| 解的最大替换次数 $n_r$ | 2                    | —                                 |

续表

| 测试函数  | MOEA/D-DE                   | NSGAI-DE             | SPEA2-DE             | SMS-EMOA                    | FCEA                        |
|-------|-----------------------------|----------------------|----------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| DTLZ3 | <b>1.373E+00/2.747E+00</b>  | 1.906E+01/1.942E+01  | 2.881E+01/2.881E+01  | 8.270E+00(8.016E+00)        | 6.000E+00(3.881E+00)        |
| DTLZ4 | 5.379E-02(5.339E-03)        | 7.825E-02(9.001E-03) | 2.660E-01(1.792E-02) | <b>4.420E-02(1.496E-03)</b> | 4.389E-02(1.714E-03)        |
| DTLZ5 | 1.275E-02(2.092E-04)        | 7.628E-03(4.638E-04) | 1.882E-01(2.197E-02) | 4.610E-03(1.599E-04)        | <b>4.585E-03(1.744E-04)</b> |
| DTLZ6 | 5.395E-02(6.053E-02)        | 4.739E-03(2.089E-04) | 3.228E+00/6.759E-01  | <b>4.437E-03(1.652E-04)</b> | 4.447E-03(1.457E-04)        |
| DTLZ7 | 2.099E-01(6.789E-02)        | 7.458E-01(2.142E-01) | 6.362E+00/1.037E+00  | 7.601E-01(2.470E-01)        | <b>8.040E-02(6.219E-02)</b> |
| WFG1  | <b>1.234E+00(5.866E-03)</b> | 1.752E+00/2.927E-02  | 1.833E+00/3.519E-02  | 1.758E+00(4.451E-02)        | 1.644E+00(7.522E-02)        |
| WFG2  | 4.978E-02(3.456E-03)        | 4.659E-02(5.023E-03) | 2.955E-01(8.702E-03) | 5.201E-02(6.511E-03)        | <b>1.967E-02(1.390E-03)</b> |
| WFG3  | 2.716E-02(1.977E-03)        | 4.046E-02(2.895E-03) | 3.074E-01(1.137E-02) | 2.086E-02(1.485E-03)        | <b>1.314E-02(3.415E-04)</b> |
| WFG4  | 1.104E-01(6.443E-03)        | 1.047E-01(4.567E-03) | 3.144E-01(1.148E-02) | 1.043E-01(4.714E-03)        | <b>8.067E-02(5.491E-03)</b> |
| WFG5  | 6.876E-02(5.479E-04)        | 7.171E-02(1.299E-03) | 6.792E-02(2.723E-04) | 6.685E-02(5.850E-04)        | <b>6.681E-02(1.542E-04)</b> |
| WFG6  | 3.751E-01(1.533E-02)        | 3.761E-01(1.277E-02) | 3.347E-01(2.710E-03) | 3.768E-01(1.462E-02)        | <b>3.268E-01(1.782E-02)</b> |
| WFG7  | 2.737E-02(1.600E-03)        | 3.875E-02(2.989E-03) | 4.232E-01(1.875E-02) | 2.287E-02(2.049E-03)        | <b>1.302E-02(4.215E-04)</b> |
| WFG8  | 8.537E-02(1.353E-02)        | 9.171E-02(1.171E-02) | 4.698E-01(2.477E-02) | 7.178E-02(1.325E-02)        | <b>6.053E-02(1.083E-02)</b> |
| WFG9  | <b>2.248E-01(1.699E-02)</b> | 2.739E-01(6.329E-04) | 3.388E-01(8.835E-02) | 2.725E-01(9.222E-04)        | 2.691E-01(1.413E-02)        |

表 6 HV 的平均值(标准差)

| 测试函数  | MOEA/D-DE                  | NSGAI-DE            | SPEA2-DE            | SMS-EMOA                    | FCEA                        |
|-------|----------------------------|---------------------|---------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| GLT1  | <b>3.368E+00/1.350E-03</b> | 3.320E+00/2.177E-02 | 2.901E+00/1.112E-01 | 3.308E+00(2.445E-02)        | 3.343E+00(1.681E-02)        |
| GLT2  | 1.941E+01/5.461E-02        | 1.972E+01/6.253E-03 | 1.913E+01/5.654E-02 | 1.974E+01(9.577E-03)        | <b>1.979E+01(5.164E-03)</b> |
| GLT3  | 3.929E+00/6.921E-03        | 3.945E+00/2.548E-03 | 3.928E+00/1.999E-03 | <b>3.946E+00(1.634E-03)</b> | 3.944E+00(1.610E-03)        |
| GLT4  | 4.959E+00/1.087E-01        | 4.945E+00/6.558E-02 | 4.466E+00/1.065E-01 | 4.965E+00(2.680E-02)        | <b>4.973E+00(2.480E-02)</b> |
| GLT5  | 7.936E+00/2.566E-03        | 7.940E+00/3.757E-03 | 7.945E+00/1.396E-03 | 7.968E+00(1.739E-04)        | <b>7.969E+00(8.523E-05)</b> |
| GLT6  | 7.932E+00/3.552E-03        | 7.934E+00/2.522E-03 | 7.917E+00/5.753E-03 | 7.961E+00(3.117E-04)        | <b>7.962E+00(3.552E-04)</b> |
| DTLZ1 | 8.001E-01/2.509E-01        | 8.285E-03/3.436E-02 | 0.000E+00/0.000E+00 | 5.697E-02(2.174E-01)        | <b>9.741E-01(7.672E-05)</b> |
| DTLZ2 | 7.367E+00/3.920E-03        | 7.330E+00/8.329E-03 | 6.858E+00/4.625E-02 | 7.427E+00(1.924E-04)        | <b>7.428E+00(5.593E-05)</b> |
| DTLZ3 | <b>4.685E+00/2.889E+00</b> | 7.156E-01/1.765E+00 | 7.723E-01/1.904E+00 | 4.926E-01(1.635E+00)        | 2.014E-01(6.200E-01)        |
| DTLZ4 | 7.377E+00/5.346E-03        | 7.331E+00/8.865E-03 | 6.578E+00/7.607E-02 | 7.425E+00(3.669E-04)        | <b>7.428E+00(6.370E-05)</b> |
| DTLZ5 | 6.065E+00/2.313E-02        | 6.089E+00/1.608E-03 | 5.519E+00/4.613E-02 | 6.104E+00(3.685E-05)        | <b>6.104E+00(1.408E-05)</b> |
| DTLZ6 | 5.918E+00/1.502E-01        | 6.085E+00/1.783E-02 | 0.000E+00/0.000E+00 | 6.105E+00(1.335E-05)        | <b>6.104E+00(1.277E-05)</b> |
| DTLZ7 | 1.183E+01/7.189E-01        | 6.696E+00/1.572E+00 | 0.000E+00/0.000E+00 | 6.844E+00(1.652E+00)        | <b>1.336E+01(6.979E-01)</b> |
| WFG1  | <b>5.354E+00/1.939E-02</b> | 3.035E+00/1.276E-01 | 2.610E+00/1.703E-01 | 2.993E+00(1.940E-01)        | 3.549E+00(3.023E-01)        |
| WFG2  | 1.131E+01/2.070E-02        | 1.116E+01/3.337E-02 | 9.533E+00/5.137E-02 | 1.112E+01(4.670E-02)        | <b>1.136E+01(1.186E-02)</b> |
| WFG3  | 1.080E+01/1.641E-02        | 1.073E+01/2.016E-02 | 9.077E+00/4.333E-02 | 1.086E+01(1.126E-02)        | <b>1.093E+01(3.201E-03)</b> |
| WFG4  | 8.098E+00/3.882E-02        | 8.049E+00/3.143E-02 | 6.725E+00/5.542E-02 | 8.047E+00(2.729E-02)        | <b>8.198E+00(3.325E-02)</b> |
| WFG5  | 8.155E+00/5.026E-02        | 8.194E+00/4.864E-02 | 8.180E+00/6.125E-02 | <b>8.224E+00(5.128E-02)</b> | 8.180E+00(5.018E-02)        |
| WFG6  | 6.135E+00/7.521E-02        | 6.128E+00/6.398E-02 | 6.344E+00/1.243E-02 | 6.126E+00(7.719E-02)        | <b>6.381E+00(9.049E-02)</b> |
| WFG7  | 8.559E+00/9.344E-03        | 8.475E+00/1.804E-02 | 6.006E+00/7.565E-02 | 8.566E+00(1.427E-02)        | <b>8.652E+00(5.086E-03)</b> |
| WFG8  | 8.223E+00/8.080E-02        | 8.129E+00/6.486E-02 | 5.746E+00/8.675E-02 | 8.245E+00(8.061E-02)        | <b>8.315E+00(6.327E-02)</b> |
| WFG9  | <b>6.248E+00/7.160E-02</b> | 6.056E+00/3.233E-02 | 5.743E+00/3.920E-01 | 6.068E+00(3.508E-02)        | 6.110E+00(7.082E-02)        |

从表 5 可以看出,在 IGD 指标上,FCEA 算法获得了 22 个问题的 13 个最优值和 8 个次优值,MOEA/D-DE 获得了 6 个最优值,NSGAI-DE 得到了 2 个次优值,SMS-EMOA 得到了 3 个最优值和 7 个次优值,SPEA2-DE 获得了 1 个次优值.因此,就 IGD 指标而言,相比于其他 4 种进化算法,FCEA 算法具有明显的优势.

从表 6 可以看出,在 HV 指标上,FCEA 算法得到了 22 个问题的 16 个最优值和 3 个次优值,SMS-EMOA 得到了 2 个最优值和 12 个次优值,SPEA2-DE 获得了 2 个次优值,MOEA/D-DE 获得了 4 个最优值和 3 个次优值,NSGAI-DE 获得了 2 个次优值.因此,FCEA 算法在 HV 指标上相比另外四种进化算法具有显著优势.

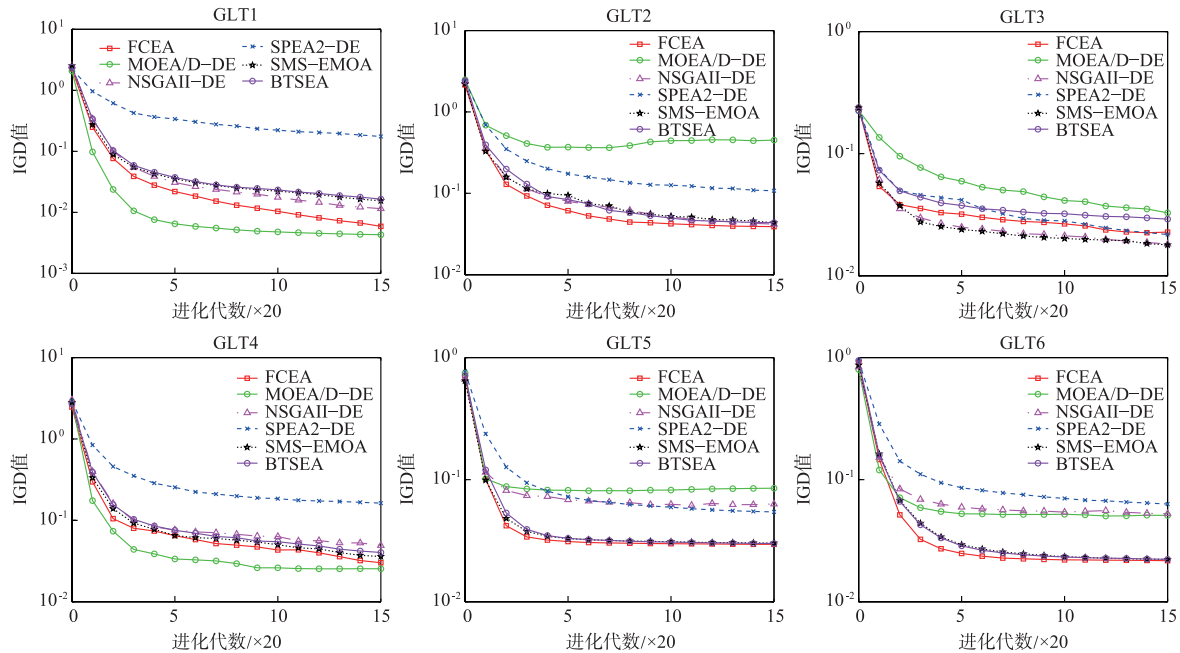


图1 GLT系列IGD变化曲线

图 1 绘制了在整个进化过程中当前种群的非支配解的 IGD 值的变化过程,其中 IGD 值是算法在运行 20 次后所求得的统计平均值.由于数据量较大,这里仅绘制了 GLT 系列测试函数的 IGD 值的变化过程.从图 1 可以看出,在 300 次迭代过程中,FCEA 在求解 GLT2、GLT5 和 GLT6 时的收敛速度最快,并且一直保持着最优 IGD 值;FCEA 在求解 GLT1 和 GLT4 时的收敛速度排第二.由此可见,与另外 5 种进化算法相比,FCEA 的收敛效率相对较好.此外,图 1 进一步证明了 FCEA 算法的整体性能优于 BTSEA.

综合以上分析,FCEA 算法与 MOEA/D-DE、NSGAI-DE、SPEA2-DE、SMS-EMOA 相比,在求解具有复杂 Pareto 前沿的 GLT 系列测试函数及 DTLZ 系列和 WFG 系列测试函数时具有一定的竞争力.为了直观地显示出 FCEA 算法的性能,现将 20 次运行结果中每个算法最靠近均值的一次运行结果的种群分布与真实的 Pareto 前沿绘制在同一个图形中.由于数据量较大,这里只作差异最为显著的 GLT5 问题的图形.

图 2 是用 20 次运行结果中每个算法最靠近均值的一次运行结果绘制的图形,从这些图中可以看出,MOEA/D-DE 虽然收敛到了 GLT5 的真实 Pareto 前沿,

但是,其结果的多样性和均匀性比 FCEA 差,NSGAI-DE 和 SPEA2-DE 均未完全收敛到 GLT5 的真实 Pareto 前沿,从图形中还可以看出,SMS-EMOA 和 FCEA 算法的结果均沿着真实的 Pareto 前沿分布得很均匀,由于两者之间的差异不是十分明显,因此,从图形中不易看出(从性能指标中可以看出).

### 3.4 算法时间复杂度分析

FCEA 算法中的模糊 C 均值聚类算法 (FCM) 和基于超体积的环境选择算子相比算法中的其它部分具有较高的时间复杂度.在每一次迭代中,FCM 的时间复杂度为  $O(C \cdot N \cdot T)$ ,其中  $C$  为聚类个数, $C_{\max} = N$ , $N$  为种群规模, $T$  为 FCM 的迭代次数,与种群规模具有相同的数量级;环境选择算子的最坏时间复杂度为  $O(N^{m-1})$ ,其中  $m$  表示目标的维度.当目标维度  $m \leq 3$  时,FCEA 的时间复杂度为  $O(C \cdot N \cdot T)$ , $m > 3$  时,FCEA 的时间复杂度为  $O(N^{m-1})$ .

## 4 结语

本文通过引入聚类算法,设计了一种基于隶属度的锦标赛选择算子 (MBTS),仅仅使用了种群的聚类信息,采用基于隶属度的锦标赛选择机制,通过个体隶属度的

比较代替个体适应度的比较进行父代个体的选择,以

选择相似性高的个体进行重组. 文章选用了 Pareto 前端

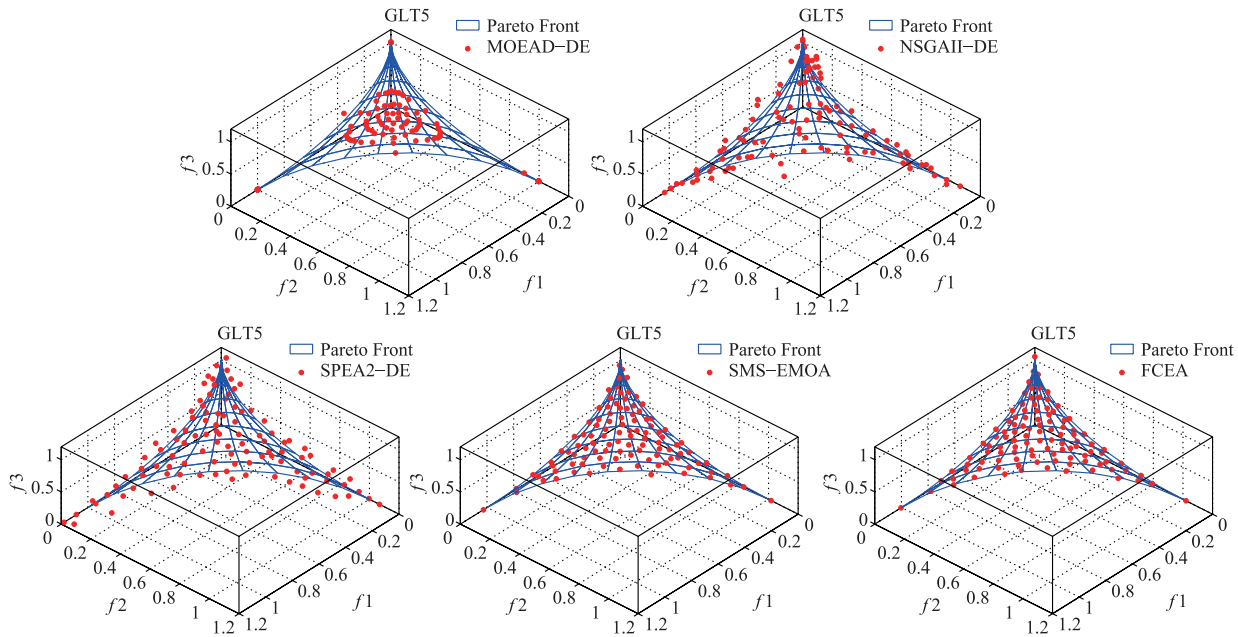


图2 MOEA/D-DE、NSGAII-DE、SPEA2-DE、SMS-EMOA、FCEA求解GLT5

较为复杂的 GLT 系列测试问题以及 DTLZ 系列和 WFG 系列测试问题对算法性能进行了测试. 实验结果表明, 引用 MBTS 算子,在一定程度上能够提升算法的性能, 相比于文中的几种对比算法, FCEA 在 IGD 和 HV 指标上具有较为明显的优势,说明从解的收敛性和均匀性上看, FCEA 算法具有一定的竞争力. 后续工作将对算法进行改进,并考虑把算法与实际应用结合起来,根据具体问题,对算法进行适当调整并应用.

#### 参考文献

- [1] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm; NSGA-II [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182 - 197.
- [2] Zitzler E, Laumanns M, Thiele L. SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm for multiobjective optimization [A]. Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems-Proceedings of the Eurogen 2001 [C]. Athens, Greece, 2001, 3242(103): 95 - 100.
- [3] Zhang Q, Li H. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2007, 11(6): 712 - 731.
- [4] Li H, Zhang Q. Multiobjective optimization problems with complicated Pareto sets, MOEA/D and NSGA-II [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2009, 13(2): 284 - 302.
- [5] Beume N, Naujoks B, Emmerich M. SMS-EMOA: Multiobjective selection based on dominated hypervolume [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 181(3): 1653 - 1669.
- [6] Li W, Guo G, Yan T. A multi-objective genetic algorithm based on clustering [A]. International Conference on Intelligent System Design & Engineering Application [C]. IEEE, 2012. 41 - 43.
- [7] Mungle S, Benyoucef L, Son Y J, et al. A fuzzy clustering-based genetic algorithm approach for time-cost-quality trade-off problems: A case study of highway construction project [J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2013, 26(8): 1953 - 1966.
- [8] Chunguo W U, Gao H, Lianjiang Y U, et al. Genetic algorithm with affinity propagation [A]. IEEE International Conference on Information and Automation [C]. IEEE, 2010. 159 - 162.
- [9] Abido M A, Bakhshwain J M. A novel multiobjective evolutionary algorithm for optimal reactive power dispatch problem [A]. IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems [C]. IEEE, 2004, (3): 1054 - 1057.
- [10] Bezdek J C, Ehrlich R, Full W. FCM: The fuzzy c-means clustering algorithm [J]. Computers & Geosciences, 1984, 10(2-3): 191 - 203.
- [11] Zhang Q, Zhou A, Jin Y. RM-MEDA: A regularity model-based multiobjective estimation of distribution algorithm [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2008, 12(1): 41 - 63.
- [12] Zitzler E, Thiele L. Multiobjective evolutionary algo-



- rithms; a comparative case study and the strength Pareto approach[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2000, 3(4): 257 – 271.
- [13] Gu F, Liu H L, Tan K C. A multiobjective evolutionary algorithm using dynamic weight design method[J]. International Journal of Innovative Computing Information & Control, 2012, 8(5): 3677 – 3688.
- [14] Deb K, Thiele L, Laumanns M, et al. Scalable multi-objective optimization test problems[A]. Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation 2002[C]. IEEE, 2002. 825 – 830.
- [15] Huband S, Barone L, While L, et al. A scalable multi-objective test problem toolkit[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2005, 3410: 280 – 295.

#### 作者简介



张 屹 男, 1976 年 12 月出生, 甘肃兰州人, 博士、教授、博士生导师、国家自然科学基金委机械学科评审专家. 分别于 2000 年、2005 年在中国科学技术大学获工学学士学位和工学博士学位; 2006 年至 2008 年在中国科学技术大学工程学院力学博士后流动站从事博士后研究, 主要研究方向为机电系统现代设计方法、智能计算等.

E-mail: jxzhangyi1976@126.com



余 振 男, 1992 年 2 月出生, 湖北恩施人, 2015 年获三峡大学工学学士学位, 现为三峡大学机械工程硕士研究生, 主要从事多目标优化方面的研究.

E-mail: yuzhen5962@163.com